

# Obsah

Predhovor vii

## I Krivky 1

### 1 Všeobecná krivka v $R_n$ 3

- 1.1 Základné vlastnosti všeobecnej krivky . . . . . 7
- 1.2 Ekvivalencia kriviek . . . . . 13
- 1.3 Derivácia vektorovej funkcie a dotykový vektor . . . . . 15
- 1.4 Dĺžka všeobecnej krivky . . . . . 19
- 1.5 Prirodzená parametrizácia všeobecnej krivky . . . . . 24

### 2 Rovinná krivka 29

- 2.1 Definícia rovinatej krivky . . . . . 29
  - 2.1.1 Úlohy . . . . . 36
  - 2.1.2 Výsledky . . . . . 38
- 2.2 Dotykový a normálový vektor rovinatej krivky . . . . . 45
- 2.3 Dĺžka rovinatej krivky . . . . . 48
  - 2.3.1 Úlohy . . . . . 52
  - 2.3.2 Výsledky . . . . . 56
- 2.4 Krivosť rovinatej krivky . . . . . 59
  - 2.4.1 Oskulacná kružnica, polomer a stred krivosti . . . . . 66
  - 2.4.2 Evolúta a evolventa . . . . . 68
  - 2.4.3 Úlohy . . . . . 71
  - 2.4.4 Výsledky . . . . . 73
- 2.5 Posunutá a otčená rovinná krivka . . . . . 74
  - 2.5.1 Úlohy . . . . . 77
  - 2.5.2 Výsledky . . . . . 78
- 2.6 Prehľad vybraných rovinných kriviek . . . . . 83
  - 2.6.1 Kuželosecky . . . . . 83
  - 2.6.2 Cyklické krivky . . . . . 89
  - 2.6.3 Lissajousove obrazce . . . . . 98
  - 2.6.4 Špirály . . . . . 102
  - 2.6.5 Retazovka . . . . . 107
  - 2.6.6 Cassiniho ovály a Bernoulliho lemniskáta . . . . . 108
  - 2.6.7 Evolúta a evolventa . . . . . 110
  - 2.6.8 Vybrané algebrické rovinné krivky . . . . . 115

### 3 Priestorová krivka 117

- 3.1 Definícia priestorovej krivky . . . . . 117
  - 3.1.1 Úlohy . . . . . 124
  - 3.1.2 Výsledky . . . . . 125
- 3.2 Dotykový vektor priestorovej krivky . . . . . 128
- 3.3 Dĺžka priestorovej krivky . . . . . 129
  - 3.3.1 Úlohy . . . . . 132
  - 3.3.2 Výsledky . . . . . 133
  - 3.3.3 Dĺžka priestorovej krivky v cylindrickej súradnicovej sústave 134
  - 3.3.4 Dĺžka priestorovej krivky vo sférickej súradnicovej sústave 137
- 3.4 Krivosť priestorovej krivky . . . . . 142
  - 3.4.1 Úlohy . . . . . 146
  - 3.4.2 Výsledky . . . . . 147
- 3.5 Hlavný normálový vektor a binormálový vektor . . . . . 148
- 3.6 Oskulacná rovina . . . . . 152
- 3.7 Polomer a stred krivosti priestorovej krivky . . . . . 154
  - 3.7.1 Evolúta a evolventa priestorovej krivky . . . . . 155
- 3.8 Torzia krivky . . . . . 156
- 3.9 Frenet-Serretove rovnice . . . . . 161
  - 3.9.1 Praktické závery vyplývajúce z F-S rovníc . . . . . 164

3.10 Posunutá a otočená priestorová krivka . . . . .	170
3.11 Prehľad vybraných priestorových kriviek . . . . .	177
3.11.1 Špirály . . . . .	177
3.11.2 Priestorové krivky ako priesečníky plôch . . . . .	180

## II Krivkový integrál 183

4 Krivkový integrál I. druhu 187	
4.1 Definícia krivkového integrálu I. druhu . . . . .	189
4.2 Vlastnosti krivkového integrálu I. druhu . . . . .	193
4.3 Výpočet krivkového integrálu I. druhu . . . . .	196
4.3.1 Úlohy . . . . .	201
4.3.2 Výsledky . . . . .	203
4.4 Aplikácie krivkového integrálu I. druhu . . . . .	204
4.4.1 Dĺžka a hmotnosť oblúka . . . . .	204
4.4.2 Ťažisko krivky . . . . .	205
4.4.3 Moment zotrvačnosti krivky . . . . .	209
4.4.4 Úlohy . . . . .	212
4.4.5 Výsledky . . . . .	213
5 Krivkový integrál II. druhu 215	
5.1 Definícia krivkového integrálu II. druhu . . . . .	216
5.2 Vlastnosti krivkového integrálu II. druhu . . . . .	217
5.3 Výpočet krivkového integrálu II. druhu . . . . .	219
5.3.1 Úlohy . . . . .	224
5.3.2 Výsledky . . . . .	228
5.4 Greenova veta . . . . .	229
5.4.1 Úlohy . . . . .	247
5.4.2 Výsledky . . . . .	250
5.5 Krivkový integrál II. druhu v potenciálovom poli . . . . .	251
5.5.1 Centrálna vektorová polia . . . . .	256
5.5.2 Výpočet potenciálu vektorového pola . . . . .	258
5.5.3 Úlohy . . . . .	266
5.5.4 Výsledky . . . . .	267
5.6 Greenova veta - normálová forma . . . . .	269
5.7 Aplikácie krivkového integrálu II. druhu . . . . .	277
5.7.1 Krivkový integrál a výpočet plošného obsahu . . . . .	277
5.7.2 Krivkový integrál v komplexnej rovine . . . . .	283
5.7.3 Krivkový integrál v mechanike - Práca a energia . . . . .	297
5.7.4 Krivkový integrál v termodynamike . . . . .	300
5.7.5 Krivkový integrál v teórii elektromagnetického pola . . .	310
Literatúra	317